## 培优课08 三角函数中的参数问题

### 培优点一 结合三角函数的单调性求参数的取值范围

#### 审题指导

典例1 [2024·安徽测试]已知函数在（审题①由区间范围得到的范围）单调递增 （审题②考虑正弦函数的单调递增区间），则 的取值范围为( B ).

（审题③根据选项区间范围可以考虑特殊值法）

**解题观摩**

[解析]（法一）由题意得…………审题①②

则因为，所以所以，则.故选.

（法二），…………审题③

令 ，，得 ，，当时，函数在上单调递减，与函数在上单调递增矛盾，故，结合四个选项可知选.

#### 通性通法

**由单调区间求参数范围的方法**

|  |  |
| --- | --- |
| 子集法 | 求出原函数的相应单调区间，由已知区间是所求某区间的子集，列不等式（组）求解 |
| 反子集法 | 由所给区间求出整体角的范围，由该范围是某相应正、余弦函数的某个单调区间的子集，列不等式（组）求解 |
| 周期性法 | 由所给区间的两个端点到其相应对称中心的距离不超过个周期列不等式（组）求解 |

#### 培优训练

##### 单调递增改为不单调条件变式

1. 若将典例1中的条件“在上单调递增”改为“在上不单调”，则 的取值范围为,.（结果用含的式子表示）

[解析]已知，

令，解得，

则函数图象的对称轴方程为，

因为函数在上不单调，所以,，

解得,，则 的取值范围为,.

##### 增加条件：已知对称轴条件变式

2. [2023·全国乙卷]已知函数在区间上单调递增，直线和为函数的图象的两条相邻对称轴，则.

[解析]因为直线和直线为图象的两条相邻对称轴，所以，且，则 ，，

当时，取得最小值，则，，

则，，不妨取，则，

则.

### 培优点二 利用三角函数的对称性求参数的取值范围

#### 审题指导

典例2 [2024·广州模拟]将函数的图象（审题①根据平移伸缩的性质得到）（的解析式），得到函数的图象，（审题②根据正弦函数的图象得到关于 的不等式），则 的取值范围为.

**解题观摩**

[解析]将的图象向右平移个单位长度后，得到的图象，再将所得图象上所有点的横坐标变为原来的，

，…………审题①

设，由，得，

，…………审题② 解得.

#### 通性通法

三角函数图象的两条相邻对称轴或两个相邻对称中心之间的“水平间隔”为，相邻的对称轴和对称中心之间的“水平间隔”为，这就说明，我们可根据三角函数的对称性来研究其周期性，解决问题的关键是运用整体代换的思想，建立关于 的不等式（组），进而研究 的取值范围.

#### 培优训练

##### 有对称轴改为没有对称轴条件变式

（原创）若将典例2中的条件“若的图象在上恰有5条对称轴”改为“若的图象在上没有对称轴”，则 的取值范围是.

[解析]由典例2可知，,

因为图象在上没有对称轴，所以在上为单调函数，

因为，

所以当时，，结合余弦函数的性质可知在上恒成立，所以，解得，则 的取值范围是,.

### 培优点三 利用三角函数的最值（极值）求参数的取值范围

#### 审题指导

典例3 已知函数（审题①利用辅助角公式化简）在（审题②确定的范围并利用正弦函数的单调递增区间得到关于 的不等式），且在（审题③利用整体法根据正弦函数图象得到关于 的不等式），则 的取值范围是.

**解题观摩**

[解析]依题意，函数，…………审题①

因为在上单调递增，由，

，…………审题②

…………审题②

解得因为,所以取,即，

，…………审题③

因为在上只取得一次最大值，

，…………审题③

解得，所以 的取值范围是.

#### 通性通法

若已知三角函数的最值，则可利用三角函数的最值与对称轴或周期的关系，列出关于参数的不等式（组），进而求解.

#### 培优训练

##### 改变最值的个数限制综合变式

若将函数的图象向右平移个周期后所得的图象在上有3个最高点和2个最低点，则 的取值范围是.

[解析]函数的最小正周期为，

将函数的图象向右平移个单位长度后的图象所对应的函数解析式为，

由，可得，

要使得平移后的图象有3个最高点和2个最低点，则，解得.